

Da man in dem hier diskutierten Schema für den Übergang zur Quantentheorie der Wellenfelder (Korrespondenzprinzip) zunächst gebundene Zustände zur Darstellung der feldtragenden Teilchen in die Theorie einführen muß, wird die Struktur der direkten Wechselwirkungskräfte bei diesem Übergang sehr stark verwischt. Daher hat man in der Wahl der konvergenten Ansätze für diese Kräfte zunächst einen sehr weiten Spielraum. Andererseits gestattet es dieser Spielraum, daß man für die ersten Untersuchungen die relativistisch invarianten Wechselwirkungsterme relativ einfach wählen kann, um die mathematische Struktur solch eines Formalismus und seine prinzipiellen physikalischen Eigenschaften (z. B. gebundene Zustände) studieren zu können. Später muß dann versucht werden, die Lagrange-Funktionen so zu wählen, daß man die in

der Natur vorkommenden Teilchen richtig beschreiben kann.

Spezielle Modelle werden zur Zeit durchgerechnet.

Herrn Prof. Friedrichs und Herrn Dr. Zumino (New York University) danke ich vielmals für ihre Anregungen während der Entstehung der Arbeit. Ebenso bin ich Herrn Prof. Heisenberg für anregende Diskussionen zu Dank verpflichtet.

Anm. b. d. Korr.: Inzwischen scheint es dem Verfasser, hauptsächlich nach Diskussionen mit Herrn Prof. Heisenberg, plausibel, daß die Divergenzen in der Quantentheorie der Wellenfelder bereits durch speziell gewählte, lokale, nichtlineare Ansätze für die direkten Wechselwirkungskräfte zum Verschwinden gebracht werden können. Dafür scheinen auch sehr stark physikalische Argumente über das Verhalten hochenergetischer Nukleonen ($E > 10^{11}$ eV) bei Stoßprozessen zu sprechen.

Eine graphische Darstellung der Energietal-Fläche

Auf Grund der neueren Isotopenmassen-Bestimmungen

Von HEINZ EWALD

Aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule München

(Z. Naturforschg. **8a**, 116—120 [1953]; eingegangen am 3. November 1952)

Die in den letzten Jahren veröffentlichten Neumessungen und -berechnungen von Isotopenmassen werden verwendet, um eine graphische Darstellung der Talsohle der Energietalfläche der Atomkerne zu gewinnen. Die magischen Neutronenzahlen 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 markieren sich als Verwerfungen und Neigungsänderungen in dem sonst als ziemlich glatt anzunehmenden Verlauf der Fläche. Die magischen Protonenzahlen scheinen dagegen nur weniger Einfluß zu haben.

In den letzten 4 Jahren sind Neumessungen und -berechnungen von Isotopenmassen in größerer Anzahl bei kleinen und in geringerer Anzahl auch bei größeren Massenzahlen erhalten worden¹⁻³³.

Abgesehen von den genaueren Messungen im Bereich der Massenzahlen 1 bis 40 werden für die meisten Ergebnisse zwischen $\pm 0,1$ und ± 1 mME liegende wahrscheinliche Fehler angegeben. Zum

¹ K. Ogata, Physic. Rev. **75**, 200 [1949].

² W. Low u. C. H. Townes, Physic. Rev. **75**, 529 [1949].

³ A. E. Shaw, Physic. Rev. **75**, 1011 [1949].

⁴ H. E. Duckworth, Physic. Rev. **76**, 690 [1949].

⁵ J. Mattauch u. A. Flammersfeld, Isotopenbericht 1949, Sonderheft der Z. Naturforschg.

⁶ M. O. Stern, Rev. mod. Physics **21**, 316 [1949].

⁷ S. Geschwind, H. Minden u. C. H. Townes, Physic. Rev. **78**, 174 [1950].

⁸ H. E. Duckworth u. H. A. Johnson, Physic. Rev. **78**, 179 [1950].

⁹ H. E. Duckworth, H. A. Johnson, R. S. Preston u. R. F. Woodcock, Physic. Rev. **78**, 386 [1950].

¹⁰ H. E. Duckworth, K. S. Woodcock u. R. S. Preston, Physic. Rev. **78**, 479 [1950].

¹¹ H. E. Duckworth, R. S. Preston u. K. S. Woodcock, Physic. Rev. **79**, 188 [1950].

¹² C. H. Townes u. W. Low, Physic. Rev. **79**, 198 [1950]; **80**, 608 [1950].

¹³ H. E. Duckworth u. R. S. Preston, Physic. Rev. **79**, 402 [1950].

¹⁴ A. H. Wapstra, Physica **16**, 33 [1950].

¹⁵ W. S. Koski, T. Wentink u. V. W. Cohen, Physic. Rev. **81**, 296 [1951].

¹⁶ S. Geschwind u. R. Günther-Mohr, Physic. Rev. **81**, 882 [1951].

¹⁷ H. E. Duckworth u. R. S. Preston, Physic. Rev. **82**, 468 [1951].

¹⁸ C. W. Li, W. Whaling, W. A. Fowler u. C. C. Lauritsen, Physic. Rev. **83**, 512 [1951].

¹⁹ H. E. Duckworth, C. L. Kegley, J. M. Olson u. G. S. Stanford, Physic. Rev. **83**, 1114 [1951].

²⁰ T. L. Collins, A. O. Nier u. W. H. Johnson, Physic. Rev. **84**, 717 [1951].



Teil können die Autoren aus ihren Ergebnissen Schlüsse auf den Verlauf der Energietaal-Fläche ziehen und die Übereinstimmung mit dem Schalenmodell der Atomkerne prüfen^{12,17,19,23,32}. Sie beschränken sich aber dabei jeweils auf die von ihnen selber erhaltenen Ergebnisse ohne Hinzuziehung der Werte anderer Autoren. Sie haben sich dabei wohl von der Annahme leiten lassen, daß zwischen den an verschiedenen Orten erhaltenen Ergebnissen größere Differenzen der systematischen Meßfehler auftreten mögen als innerhalb der eigenen Meßreihen.

Unter einstweiliger Zurückstellung solcher Bedenken wurde nun der Versuch gemacht, aus den Ergebnissen der letzten Jahre unter Ausschluß aller älteren Zahlenwerte eine graphische Darstellung möglichst großer Teile der Energietaalfläche zu gewinnen. Die verwendeten Zahlenwerte wurden den betreffenden Arbeiten ohne Anbringung irgendwelcher Korrekturen entnommen. Auch wurde im allgemeinen nicht versucht, zu prüfen, ob die Meßergebnisse für verschiedene Isotope miteinander und mit gemessenen Kernreaktions-Energietönungen verträglich sind, da dies viel zu weit führende Untersuchungen erfordert hätte. Das widerspruchsfreie Sicheinfügen der Einzelwerte in der graphischen Darstellung sollte umgekehrt als ungefähre Kontrolle für die Richtigkeit der Werte dienen. Eine kleine Anzahl von Massenwerten bei mittleren Massenzahlen, die sich nicht gut genug einfügen, wurde weggelassen. Bei Atomarten, für die mehrere von einander abweichende Ergebnisse vorliegen, wurden z. Tl. Mittelwerte verwendet, z. Tl. wurde aber auch einzelnen Ergebnissen der Vorzug gegeben.

Zur Veranschaulichung der gewählten Darstellung gehen wir aus von der halbempirischen Massenformel^{34,35} mit den von Metropolis³⁶ angeglichenen Konstanten. Danach gilt für die Abweichungen

$M - A$ der Isotopenmassen M von den ganzen Massenzahlen A in Milli-Masseneinheiten (mME):

$$M - A = 14,64 A + 14 A^{\frac{2}{3}} + 41,905 \frac{(Z - Z_A)^2}{Z_A} - 41,905 Z_A + \delta$$

$$\text{mit } Z_A = \frac{66,7 A}{A^{\frac{2}{3}} + 132} \text{ und}$$

$$\delta = 0 \quad \text{für } A \text{ ungerade (gu- u. ug-Kerne),}$$

$$\delta = \pm 36 \cdot A^{-\frac{3}{4}} \text{ für } A \text{ gerade} \\ \text{und } Z \text{ ungerade (uu-Kerne)} \\ \text{bzw. } Z \text{ gerade (gg-Kerne).}$$

Wir beschränken uns auf den Fall $\delta = 0$, suchen also eine Darstellung der Fläche der $(M - A)$ -Werte in einem rechtwinkligen $(M - A, Z, N)$ -Diagramm nur für Gerade-Ungerade-Kerne (gu oder ug). Diese Fläche (Abb. 1) liegt in der Nähe der Z, N -Ebene dieses Diagramms, durchdringt diese Ebene auf der gestrichelten Kurve, liegt in ihrem mittleren Teil und für mittlere Massenzahlen unter dieser Ebene, in den Randpartien und für die kleinsten und größten Massenzahlen aber darüber. Letzteres ist aus Abb. 1 nicht ersichtlich, weil darin die Fläche bei einer mittleren Massenzahl $A = Z + N$ abgeschnitten gedacht ist.

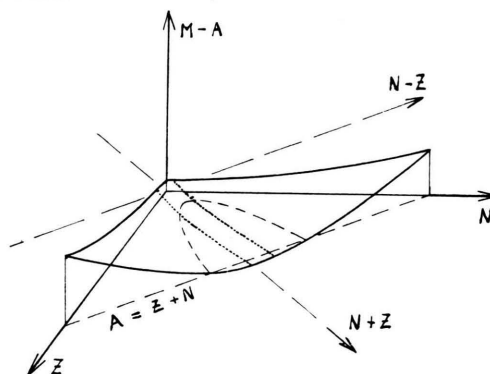


Abb. 1. Die Fläche der $(M - A)$ -Werte als Funktion von Z und N (nicht maßstäblich).

²¹ E. E. Hays, P. I. Richards u. S. A. Goudsmit, *Physic. Rev.* **84**, 824 [1951]; **85**, 1065 [1952].

²² A. H. Wapstra, Binding energies of the light nuclei I, Instituut voor Kernfysisch Onderzoek, Amsterdam, nicht im Druck erschienen, siehe auch (23).

²³ A. H. Wapstra, *Physic. Rev.* **84**, 837, 838 [1951].

²⁴ H. Ewald, *Z. Naturforsch.* **6a**, 293 [1951].

²⁵ A. Henglein, *Z. Naturforsch.* **6a**, 745 [1951].

²⁶ H. E. Duckworth u. C. L. Kegley, *Nature [London]* **167**, 1025 [1951].

²⁷ H. T. Motz, *Physic. Rev.* **85**, 501 [1952].

²⁸ P. I. Richards, E. E. Hays u. S. A. Goudsmit, *Physic. Rev.* **85**, 630 [1952].

²⁹ T. L. Collins, A. O. Nier u. W. H. Johnson, *Physic. Rev.* **85**, 726 [1952].

³⁰ R. E. Halsted, *Physic. Rev.* **85**, 726 [1952].

³¹ G. S. Stanford, H. E. Duckworth, B. G. Hogg u. J. S. Geiger, *Physic. Rev.* **85**, 1039 [1952].

³² T. L. Collins, A. O. Nier u. W. H. Johnson, *Physic. Rev.* **86**, 408 [1952].

³³ U. Capper, *Z. Naturforsch.* **7a**, 573 [1952].

³⁴ C. F. v. Weizsäcker, *Z. Physik* **96**, 431 [1935]; H. A. Bethe u. R. F. Bacher, *Rev. mod. Physics* **8**, 82 [1936]; P. Jordan, *Ergebn. exakt. Naturwiss.* **16** [1937]; N. Bohr u. U. A. Wheeler, *Physic. Rev.* **56**, 426 [1939].

³⁵ Siehe E. Feenberg, *Rev. mod. Physics* **19**, 239 [1947].

³⁶ N. Metropolis u. G. Reitwiesner, Table of atomic masses, AEC NP-1980, Techn. Inf. Serv., Oak Ridge 1950.

Den vorkommenden stabilen und instabilen Kernen entsprechen Punkte auf der Fläche, die in erster Näherung in der Nähe der Winkelhalbierenden der Z, N -Ebene liegen. Diese Winkelhalbierende und die dazu senkrechte in den Nachbarquadranten der Z, N -Ebene können wir als $(N+Z)$ - bzw. $(N-Z)$ -Achsen eines $(M-A, N+Z, N-Z)$ -Koordinatensystemes auffassen, welches gegen ersteres um 45° verdreht ist.

Wir können unsere Fläche auch in diesem verdrehten Koordinatensystem betrachten. Und zwar wollen wir speziell von der positiven Seite der $(N+Z)$ -Achse her, dieser Achse entgegengerichtet, horizontal in die Fläche hineinblicken, also mit Blickrichtung senkrecht zur Ebene $(N-Z, M-A)$. Dabei denken wir uns aus der Fläche einen schmalen, uns allein interessierenden Mittelstreifen ausgesondert (in Abb. 1 punktiert, in Abb. 2 aber ausgezogen), der die praktisch vorkommenden Massen enthält. In diesem Streifen seien die Schnitte mit den Ebenen $A = N+Z = \text{const}$ eingezeichnet. Die Projektionen dieser Schnitte in die $(N-Z, M-A)$ -Ebene sind unter Verwendung der erwähnten Ergebnisse der letzten Jahre für eine große Anzahl von Massenzahlen in Abb. 2 eingetragen. Dabei ist der Verlauf der seitlichen Begrenzung des Streifens so gezeichnet, daß ein möglichst plastischer Eindruck vom Verlauf der Talsohle entsteht. Die Breite des Streifens ist einigermaßen willkürlich so gewählt, daß alle verfügbaren Meßpunkte erfaßt werden. Entsprechend den zunehmenden Neutronenüberschüssen weicht die Talsohle nach großen Massenzahlen zu immer mehr nach rechts aus. Da die Sohle etwa von der Massenzahl 90 ab wieder anzusteigen beginnt, sehen wir von da an nach größeren Massenzahlen zu den Flächenstreifen von seiner Unterseite. Der Teil des Streifens bei den höchsten Massenzahlen liegt bei räumlicher Betrachtung der Abb. 2 $[(N+Z)$ -Achse senkrecht zur Zeichenebene!] dem Betrachter am nächsten.

Bis zur Massenzahl 47 sind nur die Schnitte $A = \text{const}$ für ungerade Massenzahlen eingetragen. Von $A = 48$ ab sind aber auch, soweit experimentelle Daten verfügbar, Schnitte für gerade Massenzahlen gezeichnet. In solchen Fällen wurden aber zu den experimentellen $(M-A)$ -Werten die kleinen Korrekturen $\pm \delta = \pm 36A^{-3/4}$ mME hinzugefügt, je nachdem ob es sich um gg- oder uu-Kerne handelt. Durch diese Korrekturen wird die in Wirklichkeit dreifache Aufspaltung der Energietalfläche berücksichtigt; durch sie werden die $(M-A)$ -Werte für gerade

Massenzahlen in die gu-Fläche hineingerückt und können also mit dazu dienen, den Verlauf dieser Fläche festzulegen.

Im Bereich der Massenzahlen 206–242 ist nur einer der eingetragenen Punkte (^{208}Pb , $N-Z=44$) massenspektrographischen Ursprunges, alle anderen Punkte sind daran angeschlossen unter Verwendung der von Wapstra¹⁴ aus den bekannten Zerfallsenergien abgeleiteten Massendifferenzen innerhalb der natürlich-radioaktiven Zerfallsreihen einschließlich der Neptunium-Reihe. Die Verknüpfung der 4 Reihen untereinander geschieht dabei durch Interpolationen mittels der oben gegebenen Massenformel^{6,14}.

Dort wo die Genauigkeit der Messungen auf jeden Fall ausreichend ist für die beabsichtigte Darstellung, zeigt der Flächenstreifen einen recht glatten Verlauf. Das gilt für die Bereiche der Massenzahlen 1–50 und 206–242. Im Bereich der Massenzahlen 50–140 zeigen sich kleinere Wellen, die vermutlich zum Teil auf Meßfehler zurückzuführen sind. Im Bereich der Massenzahlen 140–206 sind die Messungen noch so lückenhaft, daß der Verlauf des Flächenstreifens dort nur näherungsweise angegeben werden kann.

Wenn wir vorerst von den fraglichen kleinen Wellen im mittleren Teil des Streifens absehen, dann verbleibt in seinem ganzen Verlauf eine kleine Anzahl von unbezweifelbaren Verwerfungen und Neigungsänderungen (Knicke), und zwar bei den Massenzahlen 5 ± 2 , 17 ± 2 , 35 ± 4 , 54 ± 4 , 90 ± 4 , 140 ± 4 und 208 ± 2 . Diese Knicke entsprechen ziemlich genau den magischen Neutronenzahlen 2, 8, 20, 28, 50, 82 bzw. 126, wie z. Tl. auch schon aus den Arbeiten von Townes, Duckworth, Wapstra, Nier und Mitarb.^{12,17,19,23,32} hervorgeht. Innerhalb der Streifenbreite sollten diesen Zahlen nämlich u. a. Kerne bei den folgenden Massen- und $(N-Z)$ -Zahlen entsprechen:

(3,1), (5, – 1)
 (15,1), (17, – 1)
 (35,5), (37,3), (39,1)
 (50,6), (51,5), (52,4), (53,3), (54,2)
 (86,14), (88,12), (90,10)
 (136,28), (138,26), (140,24), (141,23)
 (207,45), (208,44), (209,43), (210,42).

Den magischen Protonenzahlen 2, 8, 20, 28, 50 und 82 sollten dagegen u. a. folgende Kerne entsprechen:

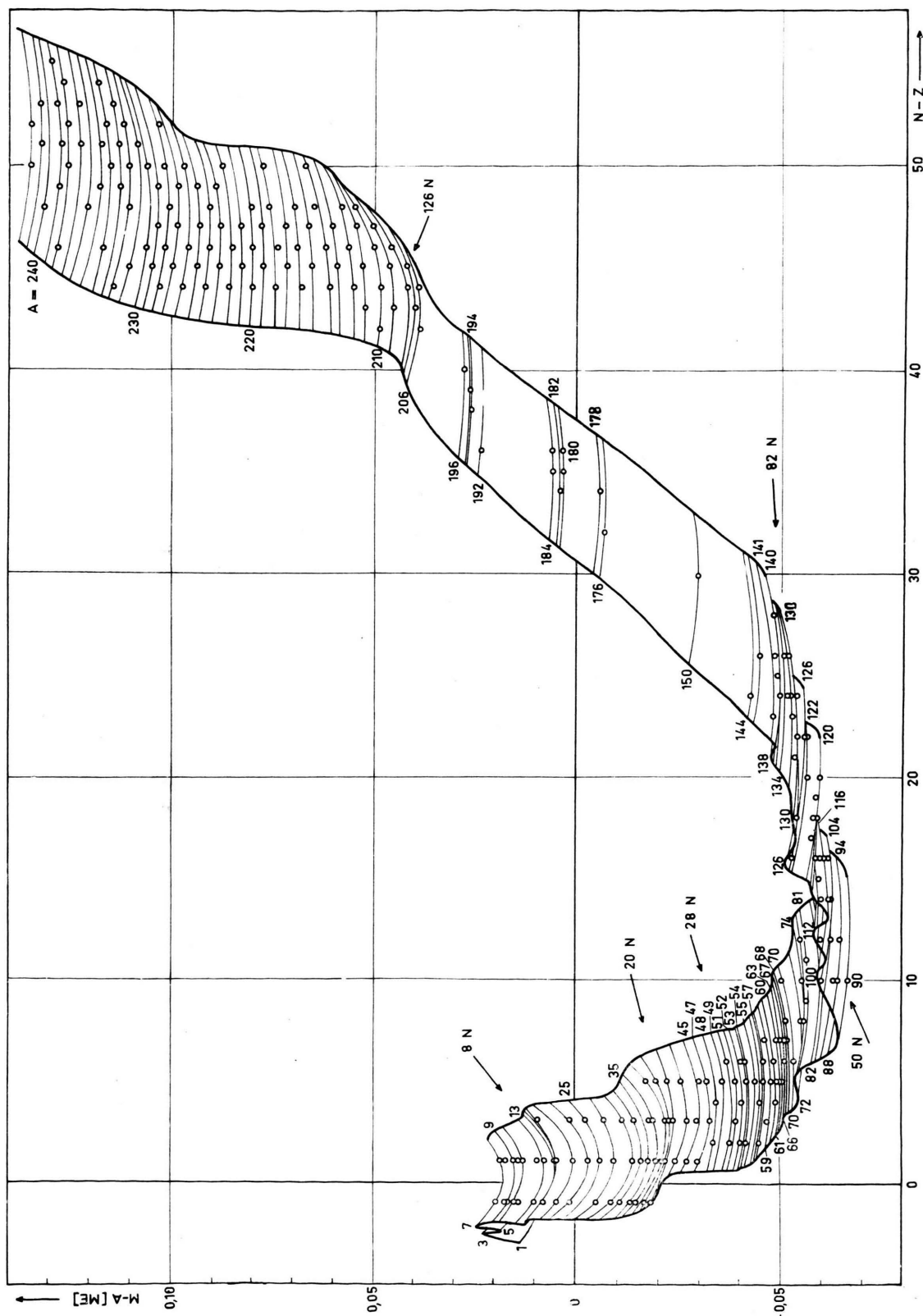


Abb. 2. Die empirischen ($M-A$)-Werte der Atome als Funktion von $N-Z$ und $A=N+Z$.

(3, - 1), (5,1)
 (15, - 1), (16,0), (17,1), (18,2), (19,3)
 (40,0), (42,2), (43,3), (44,4), (48,8)
 (58,2), (60,4), (61,5), (62,6), (64,8)
 (115,15), (116,16), (117,17), (118,18), (119,19),
 (120,20), (122,22), (124,24)
 (206,42), (207,43), (208,44), (209,45), (210,46),
 (211,47), (212,48).

Diese Gruppen scheinen aber, soweit sie nicht mit den oben aufgeführten der neutronen-magischen Zahlen zusammenfallen, nur einen geringeren und hier nicht sicher nachweisbaren Einfluß auf den Verlauf des Streifens auszuüben. Das gilt für die Kerne der protonen-magischen Zahlen 20, 28 und 50, in deren Bereichen der Streifen auch nach Vervollkommnung der Ergebnisse wahrscheinlich keine stärkeren Neigungsänderungen aufweisen wird. Das ist in Übereinstimmung mit der schon früher ausgesprochenen Ansicht^{37,38}, daß sich die magischen Protonenzahlen im Schalenbau der Atomkerne weniger stark markieren als die magi-

sehen Neutronenzahlen³⁹. Weiterhin fällt auf, daß die „Knicke“ zum Teil nur wenig scharf sind und sich nicht genau bestimmten Massenzahlen zuordnen lassen, wie man es wohl erwarten möchte, sondern sich abgerundet über die oben genannten kleinen Massenzahlbereiche erstrecken (siehe auch Wapstra²³). Eine exakte Angabe der zugrunde liegenden magischen Zahlen allein aus dem Diagramm ist daher nicht möglich.

Bemerkenswert ist die sprunghafte Zunahme der Steigung des Streifens nach Durchlaufen jedes Knickes nach größeren Massenzahlen zu, worauf schon Collins, Nier und Johnson³² auf Grund ihrer Messungen hingewiesen haben. Das besagt, wie nach dem Schalenmodell auch zu erwarten ist, daß alle Neutronen einer höheren Neutronenschale ziemlich gleichmäßig lockerer gebunden sind, als die Neutronen der vorhergehenden tieferen Schale.

Herrn Dr. Wapstra möchte ich für die Übersendung seiner Berechnungen der Bindungsenergien leichter Kerne²² sehr danken.

³⁷ M. Goeppert-Mayer, Physic. Rev. **78**, 16 [1950].

³⁸ O. Haxel, J. H. D. Jensen u. H. E. Sueß, Ergebn. exakt. Naturwiss. **26**, 270 [1952].

³⁹ Anm. b. d. Korrr.: Nach den neuesten Messungen

von A. O. Nier u. Mitarbb. (Physic. Rev. **86**, 408; **88**, 666 [1952]) machen sich aber auch die protonen-magischen Zahlen im Verlauf der Energietal-Fläche bemerkbar.

Zur Mesonenerzeugung beim Zusammenstoß energiereicher Nukleonen

VON KLAUS GOTTSTEIN UND MARTIN TEUCHER*

Aus dem Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen

(Z. Naturforschg. **8a**, 120—126 [1953]; eingegangen am 15. Oktober 1952)

Die Energie- und Winkelverteilung der Spuren eines „Sterns“ vom Typ $0+20\text{ p}$ wird untersucht und mit den Aussagen der Stoßwellentheorie der Mesonenerzeugung von Heisenberg verglichen.

In der letzten Zeit wurde von verschiedenen mit kernphotographischen Emulsionen arbeitenden Autoren über das Vorkommen von „Sternen“ berichtet, die ausschließlich oder fast ausschließlich aus Spuren bestehen, deren Ionisation sich nahe dem minimalen Wert für ein einfach geladenes Teilchen befindet¹. Diese Ereignisse sind deshalb von be-

sonderem Interesse, weil das Fehlen von Spuren relativ langsamer, also „verdampfter“ oder angestoßener Protonen und α -Teilchen darauf hindeutet, daß es sich um Zusammenstöße zwischen einzelnen Nukleonen handelt, bei denen in einem einzigen Akt mehrere Mesonen erzeugt worden sind (Vielfach-erzeugung). Dabei bleibt dahingestellt, ob das ge-

* Jetzige Anschrift des letzteren: Physikalisches Institut der Universität Bern, Schweiz.

¹ M. Teucher, Naturwiss. **37**, 260 [1950]; U. Camerini, P. H. Fowler, W. O. Lock u. H. Muirhead, Philos. Mag. **41**, 413 [1950], Tafel XI; J. J. Lord, J. Fainberg u. M. Schein, Physic. Rev. **80**, 970 [1950]; M. Schein, J. J. Lord u. J. Fainberg, Physic. Rev. **81**, 313 [1951]; U. Camerini, W. O. Lock u. D. H. Perkins, Progress in Cosmic Ray

Physics, S. 1—61, Tafel IV, North Holland Publ. Co., Amsterdam 1952; E. Pickup u. L. Voyvodic, Physic. Rev. **82**, 265 [1951]; **84**, 1190 [1951]; M. Demeur, C. Dilworth u. M. Schönberg, Nuovo Cimento **9**, 92 [1952]; V. D. Hopper, S. Biswas u. J. F. Darby, Physic. Rev. **84**, 457 [1951]; R. R. Daniel, J. H. Davies, J. H. Mulvey u. D. H. Perkins, Philos. Mag. **43**, 753 [1952].